

Минобрнауки России  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
**(ФГБОУ ВО «ВГУ»)**

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой

Кургалин Сергей Дмитриевич

Кафедра цифровых технологий

25.06.21



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Б1.О.17 Уравнения математической физики и специальные функции

**1. Код и наименование направления подготовки/специальности:**

09.03.04 Программная инженерия

**2. Профиль подготовки/специализация:**

Информационные системы и сетевые технологии

**3. Квалификация (степень) выпускника:**

Бакалавриат

**4. Форма обучения:**

Очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:**

Кафедра цифровых технологий

**6. Составители программы:**

Крыловецкий Александр Абрамович, к. ф.-м. н., доцент

**7. Рекомендована:** протокол НМС №5 от 10.03.2021

**8. Учебный год:**

2022-2023

**9. Цели и задачи учебной дисциплины:**

Цель: фундаментальная подготовка в области уравнений в частных производных.

Задачи:

- овладение аналитическими методами математической физики;
- овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в приложениях.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:**

Учебная дисциплина относится к обязательной части блока Б1. Для успешного освоения необходимо предварительное изучение следующей дисциплины: «Математический Анализ».

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):**

Код и название компетенции	Код и название индикатора компетенции	Знания, умения, навыки
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования.	Знать: методы теории уравнений математической физики и специальных функций, применяемые для моделирования систем.
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.2 Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования.	Уметь: использовать методы теории уравнений математической физики и специальных функций для решения практических задач.
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.3 Имеет навыки теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.	Владеть (иметь навык(и)): навыками квалифицированного выбора и адаптации существующих методов для решения практических задач.
ПКВ-19 Способен проводить сбор, анализ и обработку научно-технической (научной) информации, необходимой для решения профессиональных задач, поставленных специалистом более высокой квалификации	ПКВ-19.1 Обеспечивает сбор научно-технической (научной) информации, необходимой для решения задач исследования, поставленных специалистом более высокой квалификации.	Знать: методы теории уравнений математической физики и специальных функций, применяемые для моделирования систем.

Код и название компетенции	Код и название индикатора компетенции	Знания, умения, навыки
ПКВ-19 Способен проводить сбор, анализ и обработку научно-технической (научной) информации, необходимой для решения профессиональных задач, поставленных специалистом более высокой квалификации	ПКВ-19.2 Проводит первичный анализ и обобщение отечественного и международного опыта в соответствующей области исследований	Уметь: анализировать прикладные задачи, связанных с уравнениями в частных производных. Владеть (иметь навык(и)): навыками квалифицированного выбора и адаптации существующих методов для решения практических задач.
ПКВ-21 Способен обрабатывать, анализировать и оформлять результаты исследований и разработок под руководством специалиста более высокой квалификации	ПКВ-21.2 Применяет при обработке данных стандартное и оригинальное программное обеспечение.	Уметь: использовать методы теории уравнений математической физики и специальных функций для решения практических задач.

## 12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час:

4/144

## Форма промежуточной аттестации:

Экзамен

## 13. Виды учебной работы

Вид учебной работы	Семестр 4	Всего
Аудиторные занятия	64	64
Лекционные занятия	32	32
Практические занятия	16	16
Лабораторные занятия	16	16
Самостоятельная работа	44	44
Курсовая работа		0
Промежуточная аттестация	36	36
Часы на контроль	36	36
Всего	144	144

### 13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
1	Введение	Предмет дисциплины. Простейшие задачи.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=4014">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=4014</a> , <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=2516">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=2516</a>

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
2	Классификация дифференциальных уравнений с частными производными	Классификация дифференциальных уравнений с частными производными. Метод характеристик.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=4014">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=4014</a> , <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=2516">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=2516</a>
3	Уравнения гиперболического типа	Простейшие задачи, приводящие к уравнениям гиперболического типа. Метод распространяющихся волн. Метод разделения переменных. Задачи с данными на характеристиках. Решение общих линейных уравнений гиперболического типа	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=4014">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=4014</a> , <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=2516">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=2516</a>
4	Уравнения параболического типа	Простейшие задачи, приводящие к уравнениям параболического типа. Метод разделения переменных. Задачи на бесконечной прямой. Задачи без начальных условий. Свойства дельта-функции	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=4014">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=4014</a> , <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=2516">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=2516</a>

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
5	Уравнения эллиптического типа	Задачи, приводящие к уравнению Лапласа. Общие свойства гармонических функций. Решение краевых задач для простейших областей методом разделения переменных. Функция источника. Теория потенциала. Функции влияния точечных источников. Задачи математической теории дифракции	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=4014">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=4014</a> , <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=2516">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=2516</a>
6	Специальные функции	Цилиндрические функции. Краевая задача для уравнения Бесселя. Различные типы цилиндрических функций. Сферические функции. Полиномы Лежандра. Присоединенные функции Лежандра. Гармонические полиномы и сферические функции. Полиномы Чебышева-Эрмита. Полиномы Чебышева-Лагерра	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=4014">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=4014</a> , <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=2516">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=2516</a>

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела)	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа	Всего
1	Введение	4	0	0	4	8
2	Классификация дифференциальных уравнений с частными производными	6	3	3	8	20

№ п/п	Наименование темы (раздела)	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа	Всего
3	Уравнения гиперболического типа	6	4	4	8	22
4	Уравнения параболического типа	6	4	4	8	22
5	Уравнения эллиптического типа	6	3	3	8	20
6	Специальные функции	4	2	2	8	16
		32	16	16	44	108

#### **14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Освоение дисциплины складывается из аудиторной работы (учебной деятельности, выполняемой под руководством преподавателя) и внеаудиторной работы (учебной деятельности, реализуемой обучающимся самостоятельно).

Аудиторная работа состоит из выполнения практических и лабораторных заданий в объёме, предусмотренном учебным планом.

Самостоятельная работа предполагает углублённое изучение отдельных разделов дисциплины с использованием литературы, рекомендованной преподавателем, а также конспектов практических (лабораторных) занятий. В качестве плана для самостоятельной работы может быть использован раздел 13.1 настоящей рабочей программы, в котором зафиксированы разделы дисциплины и их содержание. В разделе 13.2 рабочей программы определяется количество часов, отводимое на самостоятельную работу по каждому разделу дисциплины. Большее количество часов на самостоятельную работу отводится на наиболее трудные разделы дисциплины. Для самостоятельного изучения отдельных разделов дисциплины используется перечень литературы и других ресурсов, перечисленных в пунктах 15 и 16 настоящей рабочей программы.

Успешность освоения дисциплины определяется систематичностью и глубиной аудиторной и внеаудиторной работы обучающегося.

При использовании дистанционных образовательных технологий электронного обучения выполнять все указания преподавателей, вовремя подключаться к online занятиям, ответственно подходить к заданиям для самостоятельной работы.

#### **15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины**

№ п/п	Источник
1	Крупин, В. Г. Высшая математика. Уравнения математической физики. Сборник задач с решениями [Электронный ресурс]: учебное пособие / В. Г. Крупин, А. Л. Павлов, Л. Г. Попов — М. : Издательский дом МЭИ, 2017. — 388 с. —<URL: <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785383010754.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785383010754.html</a> >
2	Линейные и нелинейные уравнения физики : учебное пособие. 1. Уравнения математической физики / сост. А. В. Копытов.— Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2018 .— 82 с.— <URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=495216">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=495216</a> >

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Бицадзе, А. В. Сборник задач по уравнениям математической физики : учебное пособие для студ. мех.-мат. и физ. спец. вузов. — М. : Наука, 1977. — 222 с.
2	Владимиров, В. С. Уравнения математической физики: учебник для студ. вузов / В. С. Владимиров, В. В. Жаринов. — Изд. 2-е, стер. — М. : Физматлит, 2008. — 398 с.
3	Емельянов, В. М. Уравнения математической физики. Практикум по решению задач [Электронный ресурс] : учебное пособие / В. М. Емельянов, Е. А. Рыбакина. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2008. — 214 с. — <URL: <a href="http://lanbook.lib.vsu.ru/books/element.php?pl1_id=140">http://lanbook.lib.vsu.ru/books/element.php?pl1_id=140</a> >
4	Тихонов, А. Н. Уравнения математической физики : учебник для студ. физ.-мат. специальностей ун-тов / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. — 7-е изд. — М. : Изд-во Моск. ун-та : Наука, 2004. — 798 с.
5	Уравнения математической физики : конспект лекций и практикум в пакете Maple / А.А. Крыловецкий [и др.]; Воронеж. гос. ун-т .— Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2018 .— 137 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
1	Электронная библиотека ВГУ <a href="https://lib.vsu.ru">https://lib.vsu.ru</a>
2	Электронный университет ВГУ <a href="https://edu.vsu.ru">https://edu.vsu.ru</a>
3	ЭБС «Лань» <a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>
4	«Университетская библиотека online» <a href="https://biblioclub.ru/">https://biblioclub.ru/</a>
5	«Консультант студента» <a href="http://www.studmedlib.ru/">http://www.studmedlib.ru/</a>

№ п/п	Источник
6	«РУКОНТ» (ИТС Контекстум) <a href="https://lib.rucont.ru/">https://lib.rucont.ru/</a>

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Владимиров, В. С. Уравнения математической физики: учебник для студ. вузов / В. С. Владимиров, В. В. Жаринов. — Изд. 2-е, стер. — М. : Физматлит, 2008. — 398 с.
2	Крупин, В. Г. Высшая математика. Уравнения математической физики. Сборник задач с решениями [Электронный ресурс]: учебное пособие / В. Г. Крупин, А. Л. Павлов, Л. Г. Попов — М. : Издательский дом МЭИ, 2017. — 388 с. —<URL: <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785383010754.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785383010754.html</a> >
3	Линейные и нелинейные уравнения физики : учебное пособие. 1. Уравнения математической физики / сост. А. В. Копытов.— Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2018 .— 82 с.— <URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=495216">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=495216</a> >
4	Уравнения математической физики : конспект лекций и практикум в пакете Maple / А.А. Крыловецкий [и др.]; Воронеж. гос. ун-т .— Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2018 .— 137 с.

## 17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости):

При реализации дисциплины могут использоваться следующие электронные обучающие дистанционные образовательные технологии на базе портала [edu.vsu.ru](http://edu.vsu.ru), а также другие доступные ресурсы сети Интернет.

## 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Лекционная аудитория, оснащенная мультимедийным проектором; специализированная мебель: доска меловая или маркерная 1 шт., столы, стулья в необходимом количестве. ОС Windows v.7, 8, 10, набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader.

## 19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Разделы дисциплины (модули)	Код компетенции	Код индикатора	Оценочные средства для текущей аттестации
1	Разделы 1-6	ОПК-1	ОПК-1.1	Контрольная работа
2	Разделы 2-6	ОПК-1	ОПК-1.2	Контрольная работа
3	Разделы 2-6	ОПК-1	ОПК-1.3	Контрольная работа



№ п/п	Разделы дисциплины (модули)	Код компетенции	Код индикатора	Оценочные средства для текущей аттестации
4	Разделы 2-6	ПКВ-19	ПКВ-19.1	Контрольная работа
5	Разделы 2-6	ПКВ-19	ПКВ-19.2	Контрольная работа
6	Разделы 2-6	ПКВ-21	ПКВ-21.2	Контрольная работа

Промежуточная аттестация

Форма контроля - Экзамен

Оценочные средства для промежуточной аттестации

Комплект КИМ

## **20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания**

### **20.1 Текущий контроль успеваемости**

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: контрольная работа.

#### **Контрольная работа № 1**

##### **Вариант 1.**

**Задание 1 (3 балла).** Определите тип уравнения



**Задание 2 (4 балла).** Определите тип уравнения



**Задание 3 (5 баллов).** Определите тип уравнения при



**Задание 4 (8 баллов).** Найдите общее решение уравнения



**Задание 5 (10 баллов).** Найдите общее решение уравнения



**Задание 6 (20 баллов).** Приведите уравнение к каноническому виду



##### **Вариант 2.**

**Задание 1 (3 балла).** Определите тип уравнения



**Задание 2 (4 балла).** Определите тип уравнения



**Задание 3 (5 баллов).** Определите тип уравнения при



**Задание 4 (8 баллов).** Найдите общее решение уравнения



**Задание 5 (10 баллов).** Найдите общее решение уравнения



**Задание 6 (20 баллов).** Приведите уравнение к каноническому виду



### **Контрольная работа № 2**

#### **Вариант 1.**

**Задание 1 (20 баллов).** Решите задачу методом разделения переменных



**Задание 2 (30 баллов).** Решите задачу методом разделения переменных



#### **Вариант 2.**

**Задание 1 (20 баллов).** Решите задачу методом разделения переменных



**Задание 2 (30 баллов).** Решите задачу методом разделения переменных



### **Контрольная работа № 3**

#### **Вариант 1.**

**Задание 1 (20 баллов).** Решите задачу методом разделения переменных



**Задание 2 (30 баллов).** Решите задачу методом разделения переменных



#### **Вариант 2.**

**Задание 1 (20 баллов).** Решите задачу методом разделения переменных



**Задание 2 (30 баллов).** Решите задачу методом разделения переменных



Описание технологии проведения: обучающемуся случайным образом дается один из вариантов контрольной работы. На выполнение заданий предоставляется 2 академических часа.

Требования к выполнению заданий (или шкалы и критерии оценивания): максимальная оценка за выполнение каждого задания приведена выше. Оценка снижается, если в процессе выполнения задания были допущены ошибки и неточности. Оценка 0 баллов ставится либо за полностью невыполненное задание, либо при наличии грубых ошибок.

### **20.2 Промежуточная аттестация**

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

комплект КИМ.

### **Перечень вопросов к экзамену:**

Классификация дифференциальных уравнений с частными производными.

Простейшие задачи, приводящие уравнениями гиперболического типа. Метод распространяющихся волн. Метод разделения переменных. Задачи с данными на характеристиках. Решение общих линейных уравнений гиперболического типа.

Простейшие задачи, приводящие уравнениями параболического типа. Метод разделения переменных. Задачи на бесконечной прямой. Задачи без начальных условий. Свойства дельта-функции.

Задачи, приводящие к уравнению Лапласа. Общие свойства гармонических функций. Решение краевых задач для простейших областей методом разделения переменных. Функция источника. Теория потенциала. Функции влияния точечных источников. Задачи математической теории дифракции.

Цилиндрические функции. Краевые задачи для уравнения Бесселя. Различные типы цилиндрических функций. Сферические функции. Полиномы Лежандра. Присоединенные функции Лежандра. Гармонические полиномы и сферические функции. Полиномы Чебышева-Эрмита. Полиномы Чебышева-Лагерра.

### **Пример контрольно-измерительного материала:**

#### **Контрольно-измерительный материал 1**

1. Метод распространяющихся волн.
2. Функция источника.

Описание технологии проведения. Обучающемуся случайным образом дается КИМ, содержащий 2 вопроса из перечня. На выполнение заданий предоставляется 2 академических часа.

Требования к выполнению заданий (или шкалы и критерии оценивания). Для оценивания результатов обучения на экзамене используются следующие показатели:

- 1) знание основных понятий теории уравнений математической физики и специальных функций и его методов, которые используются для построения моделей и конструирования алгоритмов решения практических задач;
- 2) знание постановки классических задач;
- 3) знание методов формулировки и доказательства математических утверждений;
- 4) умение применять методы теории уравнений математической физики и специальных функций для решения задач профессиональной деятельности;
- 5) умение применять аппарат теории уравнений математической физики и специальных функций для доказательства утверждений и теорем;
- 6) владение навыками квалифицированного выбора и адаптации существующих методов для решения практических задач;
- 7) владение навыками использования методов решения классических задач теории уравнений математической физики и специальных функций для решения различных естественнонаучных задач.

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шкала:

«отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно»

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
<p>Полное соответствие ответа обучающегося всем перечисленным критериям. Обучающийся демонстрирует высокий уровень владения материалом, ориентируется в предметной области, верно отвечает на все дополнительные вопросы. Сданы все контрольные работы (оценка не менее 25 баллов).</p>	<p>Повышенный уровень</p>	<p>Отлично</p>
<p>Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует одному или двум из перечисленных показателей, но обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы. Допускаются ошибки при воспроизведении части теоретических положений. Сданы все контрольные работы (оценка не менее 25 баллов).</p>	<p>Базовый уровень</p>	<p>Хорошо</p>
<p>Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым трем из перечисленных показателей, обучающийся дает неполные ответы на дополнительные вопросы. Сформированные знания основных понятий, определений и теорем, изучаемых в курсе, не всегда полное их понимание с затруднениями при воспроизведении. Сданы все контрольные работы (оценка не менее 25 баллов).</p>	<p>Пороговый уровень</p>	<p>Удовлетворительно</p>
<p>Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым четырем из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует отрывочные знания (либо их отсутствие) основных понятий, определений и теорем, используемых в курсе, или не сдана хотя бы одна контрольная работа (оценка меньше 25 баллов).</p>	<p>–</p>	<p>Неудовлетворительно</p>